h/ f est dérivable pour $1-\cos x \neq 0$

Donc pour $\cos x \neq 1$ d'où f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{2k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$ et on a:

$$f'(x)=\frac{(\sin x)'(1-\cos x)-\sin x\,(1-\cos x)'}{(1-\cos x)^2}$$
$$=\frac{\cos x-\cos^2 x-\sin^2 x}{(1-\cos x)^2}$$
$$=\frac{\cos x-1}{(1-\cos x)^2}=\frac{1}{\cos x-1}.$$

Exercice n° 9

● $D_f=\mathbb{R}$. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$$f'(x)=\frac{3x^2(x^2+1)-2x.x^3}{(x^2+1)^2}=\frac{x^4+3x^2}{(x^2+1)^2}$$

● f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

et $f'(x)=4\left(\frac{3+x}{2x+1}\right)'\left(\frac{3+x}{2x+1}\right)^3$

$$=4\left(\frac{-5}{(2x+1)}\right)\left(\frac{3+x}{2x+1}\right)^3$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-20(x+3)^3}{(2x+1)^4}}$$

● On a: $\frac{x+1}{x-1}\geq 0$ pour: $x\in]-\infty,-1]\cup]1,+\infty[=J$

D'où f est définie sur J.

f est dérivable pour tout x tel que : $\frac{x+1}{x-1}>0$

Donc est dérivable sur $J\setminus\{-1\}$.

$$f'(x)=\frac{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)'}{2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}$$
$$=\frac{\frac{-2}{(x-1)^2}}{2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}=\boxed{-\frac{1}{(x-1)^2\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}}$$

● f est définie et dérivable pour $2\cos x-1\neq 0$

Or on a : $2\cos x-1=0\Leftrightarrow\cos x=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{\pi}{3}+2k\pi\\ x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi\end{cases}\quad k\in\mathbb{Z}$$

D'où : f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus$

$\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi,-\frac{\pi}{3}+2k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

et on a :

$$f'(x)=\frac{\cos x.(2\cos x-1)+2\sin x.(\sin x-1)}{(2\cos x-1)^2}$$
$$=\frac{2\cos^2 x-\cos x+2\sin^2-2\sin x}{(2\cos x-1)^2}$$
$$=\frac{2-\cos x-2\sin x}{(2\cos x-1)^2}$$

● f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$$f'(x)=-2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$$

● f est définie sur $]-\infty,-1]\cup[1,+\infty[$

et elle est dérivable sur $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

et on a : $f'(x)=(\sqrt{x^2-1})'.(-\sin\left(\sqrt{x^2-1}\right))$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}.\sin\left(\sqrt{x^2-1}\right)}$$

● On a pour $x\neq 0$: $-1\leq\sin\frac{1}{x}\leq 1$

$$\Leftrightarrow -x^2\leq x^2\sin\frac{1}{x}\leq x^2$$
$$\overset{\text{pour } x>0}{\Leftrightarrow} -x\leq\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{x}\leq x$$
$$\Rightarrow\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{x}=0$$

D'où f est dérivable à droite en 0 et $f_d'(0)=0$

$$-x^2\leq x^2\sin\frac{1}{x}\leq x^2$$
$$\overset{\text{pour } x<0}{\Leftrightarrow} x\leq\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{x}\leq -x$$
$$\Rightarrow\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2\sin\frac{1}{x}}{x}=0$$

D'où f est dérivable a gauche en 0 et $f_g'(0)=0$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn